शून्य

गणेशबहादुर बस्नेत*

पूर्वीय सर्वदर्शन सङ्ग्रहमा शून्यको अर्थ निराकार निर्जन ब्रह्माण्डका रूपमा लिइएको छ । यसैगरी बुद्धको माध्यमिक दर्शन अर्न्तगत ईश्वरको नित्य सत्ता नमान्ने मत मानिएको छ । मानवीय भाव वा क्रियाका आधारमा शून्यको अर्थ मनमा दया-माया नहुनु भन्ने हुन्छ । स्थान विशेषको कुरा गर्दा शून्यको अर्थ निम्नतम विन्दु भन्ने बुझिन्छ । समयकालको सन्दर्भमा शून्यको अर्थ स्थिरकाल भन्ने बुझिन्छ । तर गणितमा शून्यलाई सङ्केत चिन्हको रूपमा प्रयोग गरिएको छ ।

मानव सभ्यता जति पुरानो मानिन्छ त्यति नै पुरानो अङ्कको गणनालाई पनि मानिन्छ । पहिले मानिसहरूले सङ्ख्याहरूको लागि शब्दहरूको आविष्कार गरेको र त्यसपछि मात्र तिनीहरूले सङ्केतहरूको प्रयोग गरेको पाइन्छ । शून्यको आविष्कार कसले कहाँ गऱ्यो भन्ने कुरा आजसम्म पनि अज्ञातको गर्भमा छ, तर सम्पूर्ण विश्वलाई यो विश्वास छ कि शून्यको आविष्कार भारतका हिन्दुहरूबाट नै भएको हो । ऐतिहासिक दस्तावेज अनुसार स्थान मान सङ्ख्या प्रणाली (place value number system) चार पटक विकास भएको पाइन्छ । जस्तै पहिलो पटक बेबिलियनहरूले (मेसोपोटामिया – हालको इराक लगायत वरपरका क्षेत्रका बासिन्दाहरू), मायानहरूले (मध्य अमेरिका, दक्षिण मेक्सिको, ग्वाटेमाला, उत्तरी बेलिजका बासिन्दाहरू), चिनियाँहरूले र भारतीय हिन्दुहरूले । शून्यको अवधारणा पनि तीन पटक विकास भएको पाइन्छ । जस्तै पहिलो पटक बेबिलियनहरूले (Babylonians), दोस्रो पटक मायानहरूले (Mayans) र तेस्रो पटक भारतीय हिन्दुहरूले । बेबिलियन र मायनहरूले धेरै अगाडि शून्यको अवधारणा राखे तापनि तिनीहरूले सङ्ख्या प्रणाली (number system) मा प्रभाव पार्न असफल भए त्यसकारण विश्वले शून्यलाई नै भुलिदिए ।

पहिलो पटक बेबिलियनहरूले शून्यको प्रयोग १५०० BC भन्दा अगाडि गरेको पाइन्छ जसको प्रयोग Tablets या unbacked clay मा पाइन्छ । तिनीहरूले शून्यको लागि कुनै सङ्केत चिन्हको प्रयोग गरेका थिएनन् । उनीहरूले शून्यलाई खाली ठाउँ देखाउन प्रयोग गरेका थिए, तर सङ्ख्याको रूपमा प्रयोग गरेका थिएनन् । जस्तै २०१ लाई लेख्दा उनीहरूले  लेख्दथे जहाँ बीचमा खाली ठाउँ छोडिएको छ तर २१ लाई यसरी  लेख्दथे जस्मा बीचमा खाली ठाउँ छोडिएको छैन । यदि अन्तिममा शून्य आएमा त्यसको कुनै हिसाब गरिएको पाइँदैन । बेबोलियन सङ्ख्याहरू ६० वटा थिए त्यसैले उनीहरूको आधार सङ्ख्या (base number) ६० हो, त्यसकारण यो सेक्साजेसिमल (sexagesimal) मा आधारित थियो । बेबोलियनहरूले नै १ दिनलाई २४ घण्टामा, १ घण्टालाई ६० मिनेटमा र १ मिनेटलाई ६० सेकेण्डमा विभक्त गरेका थिए ।

दोस्रो पटक मायानहरूले शून्यको साथै स्थान मान सङ्ख्या प्रणाली (place value number system) को विकास गरेका थिए । मायान सभ्यताको उन्नति २५० A.D. देखि ९०० A.D. सम्म भएको पाइन्छ । तिनीहरू शून्यको सङ्केत आधा बन्द गरेको आँखा जस्तो थियो () । मायानहरूले आधार सङ्ख्या (base number) २० को प्रयोग गरेका थिए । त्यसैले यसलाई भिजेसिमल (vigesimal) भनिन्छ । शून्यको विकास गर्नु मायानहरूको महत्वपूर्ण उपलब्धी थियो तर दुःखको कुरा उनीहरूले अरू सभ्यताका मानिसहरूलाई प्रभाव पार्न सकेनन् अथवा प्रचार-प्रसार गर्न सकेनन् ।

तेस्रो पटक शून्यको आविष्कार भारतका हिन्दुहरूले गरे । हिन्दुहरूले शून्यको अविष्कार कसरी गरे भन्ने आजपनि अनुत्तरित प्रश्न हो । धेरी विद्वानको कथन छ, पाँचौ शताब्दीको मध्यमा शून्यको आविष्कार हुन गएको हो ।

तेस्रो पटक शून्यको आविष्कार भारतका हिन्दुहरूले गरे । हिन्दुहरूले शून्यको अविष्कार कसरी गरे भन्ने आजपनि अनुत्तरित प्रश्न हो । धेरी विद्वानको कथन छ, पाँचौ शताब्दीको मध्यमा शून्यको आविष्कार हुन गएको हो ।

* गणेशबहादुर बस्नेत त्रि-चन्द्र क्याम्पसमा गणितशास्त्र विषयका उप-प्रध्यापक हुनुहुन्छ ।

सन ४९८ मा भारतीय गणितज्ञ एवम् खगोलवेत्ता आर्यभट्ट (४७६-५५०) ले भनेका छन् 'स्थान स्थानं दशा गुणम्' अर्थात् दश गुणा गर्दा उसको अगाडि शून्य राखौं । सायद यही सिद्धान्तले गर्दा दशमलब सिद्धान्त शुरू भएको हुन सक्छ । पहिला आर्यभट्टले शून्य बिनाको सङ्ख्या प्रणाली (number system) को कल्पना गरेका थिए । उनले सङ्ख्याको स्थानका लागि 'ख' (Kha) शब्दको प्रयोग गरे, पछि यसको प्रयोग शून्यको लागि गरियो । त्यस समयका भारतीय हस्तलिखितहरूमा खाली ठाउँ जनाउनका लागि बिन्दु (Dot) को प्रयोग गरिएको थियो । आर्यभट्टद्वारा रचित गणितीय खगोलशास्त्र "आर्यभट्टीयमा" सङ्ख्या प्रणाली (number system) मा शून्य तथा महत्वपूर्ण सङ्केत तथा गणितका महत्वपूर्ण उपलब्धीहरू सम्मिलित थिए, जस्तै (१) π (पाइ) को मान $\frac{६२८३२}{२००००} = ३.१४१६$ पत्ता लगाएका थिए । (२) त्रिभुज र वृत्तको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र (formula) पत्ता लगाएका थिए । (३) पृथ्वीको परिधि २४, ८३५ माइल हो भनेका थिए तर अहिलेको स्वीकार्य मान २४९०२ हो । (४) उनले १ वर्षमा ३६५ दिन ६ घण्टा १२ मिनेट ३० सेकेण्ड हुन्छ भनेका थिए ।

प्राचीन 'बक्षाली लिपीमा सही समय आजसम्म निश्चित भएको छैन तर आर्यभट्टको समयभन्दा पहिला नै यो प्रणाली प्रयोगमा आएको हुनु पर्दछ । यस लिपीमा शून्यको प्रयोग गरेका र शून्यको लागि सङ्केत पनि निश्चित गरिएको पाइन्छ । उपर्युक्त कुराबाट के थाहा हुन्छ भने भारतमा शून्यको प्रयोग पहिलेदेखि नै हुँदै आएको थियो ।

शून्य तथा सङ्ख्याको दशमलब सिद्धान्त (Decimal Theory of Numbers) को सर्वप्रथम प्रयोग ब्रह्मगुप्त (५९८-६७०) द्वारा रचित ग्रन्थ 'ब्रह्मास्कुट' मा गरिएको पाइन्छ । यस ग्रन्थमा ऋणात्मक सङ्ख्याहरू (Negative Numbers) तथा अङ्क गणितीय सिद्धान्तहरू (Arithmetic Theories) को प्रयोग र शून्यको प्रयोग गरिएको थियो । जस्तै :

(१) शून्यमा घनात्मक सङ्ख्या (positive number) जोडियो भने उही घनात्मक सङ्ख्या नै आउँछ ।

(२) शून्यमा ऋणात्मक सङ्ख्या (negative number) जोडियो भने उही ऋणात्मक सङ्ख्या नै हुन्छ ।

(३) शून्यमा शून्य जोड्यो भने शून्य नै हुन्छ ।

ब्रह्मगुप्त भन्दा करिब २०० वर्षपछि करिब ८३० A.D. मा महाभिरा (Mahavira) ले 'गणित सारा समग्रह (Ganit Sara Samagraha)' मा ब्रह्मगुप्तको नियमलाई निरन्तरता दिंदै उनले भनेका छन् : (१) कुनै सङ्ख्यालाई शून्यले गुणना गर्दा शून्य नै हुन्छ, (२) कुनै सङ्ख्याबाट शून्य घटाउँदा सङ्ख्यामा केही फरक पर्दैन, (३) कुनै सङ्ख्यालाई शून्यले भाग गर्दा, त्यही सङ्ख्या नै हुन्छ । तर नियम (३) पनि गल्ती थियो, यसको खण्डन त्यतिबेला नै भएको र महाभिराले गल्ती स्वीकार गरेको पाइन्छ ।

(४) शून्यबाट ऋणात्मक सङ्ख्या घटाइयो भने घनात्मक सङ्ख्या हुन्छ ।

(५) शून्यबाट घनात्मक सङ्ख्या घटाइयो भने ऋणात्मक सङ्ख्या हुन्छ ।

(६) कुनै सङ्ख्याबाट त्यही सङ्ख्या घटाएमा शून्य हुन आउँछ ।

(७) कुनै सङ्ख्यालाई शून्यले गुणन गर्दा शून्य नै हुन्छ ।

(८) शून्यलाई कुनै सङ्ख्या (घनात्मक वा ऋणात्मक) ले भाग गर्दा शून्य नै हुन्छ र कुनै सङ्ख्यालाई शून्यले भाग गर्दा एउटा भिन्न (Fraction) हुन्छ जसको हर (Denominator) मा शून्य हुन्छ । उनका अनुसार शून्यलाई शून्यले भाग गर्दा शून्य नै हुन्छ ।

माथि भने जस्तै 'शून्यलाई शून्यले भाग गर्दा शून्य हुन्छ' भन्ने नियम निश्चय पनि गलत थियो, तर अङ्क गणितीय नियममा ऋणात्मक सङ्ख्या र शून्यको प्रयोग गर्ने उनी पहिला गणितज्ञ हुन् जसले गणितमा पहिलो महत्वपूर्ण काम गरेका थिए । ब्रह्मगुप्तको समयमा शून्य सम्बन्धी विचार कम्बोडियासम्म पुगेको थियो, त्यसपछि कम्बोडियाबाट चीन तथा अन्य मुस्लिम देशहरूमा फैलिएको थियो ।

ब्रह्मगुप्त भन्दा करिब २०० वर्षपछि करिब ८३० A.D. मा महाभिरा (Mahavira) ले 'गणित सारा समग्रह (Ganit Sara Samagraha)' मा ब्रह्मगुप्तको नियमलाई निरन्तरता दिंदै उनले भनेका छन् : (१) कुनै सङ्ख्यालाई शून्यले गुणना गर्दा शून्य नै हुन्छ, (२) कुनै सङ्ख्याबाट शून्य घटाउँदा सङ्ख्यामा केही फरक पर्दैन, (३) कुनै सङ्ख्यालाई शून्यले भाग गर्दा, त्यही सङ्ख्या नै हुन्छ । तर नियम (३) पनि गल्ती थियो, यसको खण्डन त्यतिबेला नै भएको र महाभिराले गल्ती स्वीकार गरेको पाइन्छ ।

त्यसपछि भास्कर (१११४-११८५) ले ब्रह्मगुप्तको ५०० वर्षपछि पनि शून्यद्वारा भाग गर्ने नियमका सम्बन्धमा बढी नै कार्य गरेको पाइन्छ । भास्कर (Bhaskara) का अनुसार कुनै सङ्ख्यालाई शून्यले भाग गर्दा एउटा भिन्न (Fraction) बन्छ जसको हर (Denominator) शून्य नै हुन्छ । यो भिन्न अनन्त (Infinity) सँग बराबर हुन्छ, जस्तै $\frac{n}{0} = \infty$, भास्करले यसको समाधान गर्न धेरै कोसिस गरेको पाइन्छ, तर उनको नियम $\frac{n}{0} = \infty$ ठिक छैन भनि त्यतिबेला नै खण्डन गरेको पाइन्छ । उनीहरूको तर्क थियो यदि $० \times \infty$ बराबर प्रत्येक सङ्ख्या n (i.e. 1, 2, 3, ...) हुन्छ भने सबै सङ्ख्याहरू बराबर हुनुपर्छ जस्तै $\frac{२०}{५} = ४$ भए $४ \times ५ = २०$ हुन्छ भने $\frac{५}{०} = \infty, \frac{४}{०} = \infty, \frac{८}{०} = \infty, \ldots$ भए $० \times \infty = ५$, $० \times \infty = ४$, $० \times \infty = ८$,.. हुनुपर्छ तर यो हुँदैन, त्यसकारण त्यतिबेलाका भारतीय गणितज्ञहरू शून्यले कुनै सङ्ख्यालाई भाग गर्ने सम्बन्धमा एकमत भएको पाईंदैन तर शून्यको अन्य गुणहरूमा तुलनात्मक रूपमा भास्करले दिएको मत ठीक देखिन्छ, उनले भनेका थिए $०^२ = ०$ र $\sqrt{०} = ०$ ।

भारतीयहरूले शून्यको प्रयोग ८७० A.D. देखि गरेको पाइन्छ । उक्त कुरा शिलालेखमा प्रयोग गरेको पाइन्छ । यसको प्रमाणमा भारतको ग्वालियरको एउटा बगैंचाको उदाहरण दिन सकिन्छ । उक्त बगैंचाको आकार १८७ × २७० थियो जहाँबाट ५० फूलका मालाहरू प्रतिदिन स्थानीय मन्दिरमा पुऱ्याइएको कुरा उल्लेख छ । यहाँ २७० र ५० मा शून्यको प्रयोग गरिएको छ जुन शून्य अलि सानो र उठेको थियो ।

बेबिलियन र मायानहरूले जस्तै भारतीय गणितज्ञहरूले आफ्नो आविष्कारलाई कुण्ठित गरेनन् । भारतीय गणितज्ञहरूले चलाखीपूर्ण तरिकाले आफ्नो गणितीय विकासलाई पहिला अरबमा, त्यसपछि अरबबाट पश्चिम (युरोप) मा पुऱ्याए । त्यसकारण जुन हामीले अहिले प्रयोगमा ल्याएको सङ्ख्या प्रणाली (number system) हिन्दुहरूले पहिला भारतबाट प्रयोगमा ल्याएका थिए । यो सङ्ख्या प्रणालीमा आधार सङ्ख्या (base number) १० हुन्छ त्यसैले यसलाई दशमलब प्रणाली (decimal system) मानिन्छ, Decimal शब्द ल्याटिन शब्द 'Decima' बाट लिइएको हो, जसको अर्थ दशौं (tenth) हुन्छ, जस्तै : $६८३७ = ६\times१०^{३}+८\times१०^{२}+३\times१०+७$, यस प्रणालीमा १० वटा Digits ०,१,२,३,४,५,६,७,८,९ हुन्छन् । त्यसकारण शून्य चाहिँ दशमलब प्रणालीको सङ्ख्या हो र शून्य दशमलब प्रणालीको मूलभूत आधार पनि हो ।

भारतीय गणितीय सङ्केतहरूको (symbols) दशमलब र भिन्नको प्रचार मुस्लिम गणितज्ञ Al-Khwarizmi ले नवौं शताब्दीमा गरेका थिए । उनले हिन्दु गणितज्ञ महाभिरल (Mahaviral) ले गरेका प्रारम्भिक मौलिक गणितलाई प्रस्तुत गरेका थिए । भारतीय गणितको विकासको बारेमा १२ औं शताब्दीमा इराकका Ibn Ezra ले "Three Treatises on Numbers" लेखेका थिए । Ibn Ezra ले शून्यको प्रयोग गरेका थिए र उनले शून्यलाई Galgal (वृत्त) भन्ने गर्दथे । भारतीय गणित पूर्वमा चीन र पश्चिममा इस्लामिक देशहरूमा फैलिएको थियो । सन् १२४७ मा चिनिया गणितज्ञ Chin Chiu-Shao ले "Mathematical Treaties in Nine Section" लेखेका थिए, जसमा शून्यको सङ्केत ० ले प्रस्तुत गरेको थियो । त्यसैगरी सन् १३०३ मा Zhu Shijie ले "Jade Mirror of the four element" लेखेका थिए, जसमा पनि शून्यका लागि ० सङ्केत प्रयोग गरेका थिए ।

इटालियन गणितज्ञ Fibonacci ले युरोपमा सङ्ख्या प्रणालीको बारेमा नयाँ विचार ल्याएका थिए । उनले हिन्दु अरेबिक सङ्ख्या प्रणाली (Hindu Arabic Number System) र युरोपियन गणितका बीचमा महत्वपूर्ण सम्बन्ध स्थापित गरेका थिए । उनले शून्यलाई (१,२,३,४,५,६,७,८,९ लाई भने सङ्ख्या मानेका थिए) सङ्ख्या मानेका थिएनन्, उनले शून्यलाई एउटा सङ्केत चिन्ह मात्र भनेका थिए तर करिब १२०० A.D. मा Liber Abaci ले शून्यसँगै ९ वटा भारतीय गणितीय सङ्केतहरूलाई युरोपमा प्रयोग गरेको पाइन्छ तर लामो समयसम्म प्रयोगमा आएको पाइँदैन । यसरी भारतीय गणितका सङ्ख्याहरू, सङ्केतहरू, दशमलब र भिन्न युरोपसम्म पुग्नु गणितको विकासको लागि महत्वपूर्ण कदम मान्न सकिन्छ ।

शून्यलाई विभिन्न भाषामा आ-आफ्नै तरिकाले परिभाषित गरेको पाइन्छ, जस्तै : हिन्दुहरूले 'शून्य' (संस्कृतबाट लिइएको), अरेबिकले 'Sifr', रोमनले 'Cifra', ल्याटिनले 'Zephirum', अङ्ग्रेजीमा 'Zero or Cipher' र अन्यले 'naught, galgal, null' इत्यादि । यसैगरी शून्यको सङ्केत चिन्ह ठाउँ र भाषाका आधारमा भिन्न-भिन्न प्रयोग गरेको पाइन्छ, जस्तै : हिन्दु-अरेबिक र देवनागरिकमा '०' ले, चिनिया र जापानीहरूले '□', अरेबिकले '•' र मायानले  सङ्केत प्रयोग गरेको पाइन्छ ।

ग्रिकका गणितज्ञ वा खगोलवेत्ताहरूले अन्तरिक्षका तथ्याङ्कहरूलाई प्रस्तुत गर्नका लागि विभिन्न सङ्केतहरूको प्रयोग गरेको पाइन्छ जसमा एउटा चाहिँ '०' हो, जसलाई आज हामी शून्य भन्छौं । त्यसकारण '०' सङ्केतको प्रयोग पहिला ग्रिक खगोलवेत्ताहरूले गरेको पाइन्छ तर यसको भरपर्दो प्रमाण भने पाइँदैन । ग्रिकको गणित ज्यामितीमा आधारित थियो, जस्तै Euclid को Number Theory ज्यामितीमा आधारित थियो । ग्रिकहरूले स्थान सङ्ख्या प्रणाली (positional number system) को प्रयोग गरेको पाइँदैन । करिब १३० A.D. मा टोल्मी (Ptolemy) ले बेबिलोनियन सेक्साजेसिमल प्रणालीका साथै खाली ठाउँ प्रयोगको लागि '०' को प्रयोग गरेको पाइन्छ । रोमन सङ्ख्याहरूको प्रयोग धेरै भए पनि यसको महत्वपूर्ण कमजोरी चाहिँ शून्यको प्रयोग नहुनु हो तर उनीहरू शून्यसँग परिचित भने थिए । शून्यको अभावले गर्दा रोमन सङ्ख्याहरूको विकास क्रममा अवरोध पुगेको पाइन्छ फलस्वरूप रोमन सङ्ख्याहरूको स्थान हिन्दु-अरेबिक सङ्ख्याहरूले लिएको पाइन्छ ।

शून्यको अर्थ 'छैन' वा 'केही होइन' भन्ने बुझिन्छ किनभने शून्य त Digit मात्र हो यो एक्लैको खासै केही अर्थ हुँदैन तर अरू सङ्ख्याहरूको साथमा भने यसले महत्वपूर्ण अर्थ राख्दछ, जस्तै अरू सङ्ख्याहरूको देब्रेपट्टि वा दाहिनेपट्टि वा बीचमा बसेर, उदाहरणको लागि ०.७, ५०, ६०३ इत्यादि । त्यसकारण शून्य अरूमा भर पर्दछ, तर यो आफैँमा केही होइन । सङ्ख्या प्रणालीमा शून्यको गुण कालो रङ्गको गुणसँग मिल्दो जुल्दो हुन्छ किनभने कालो रङ्ग आफैँमा रङ्ग होइन, यो रङ्गहरूको अनुपस्थितिमा देखा पर्दछ । सूर्यको किरणमा पनि कालो रङ्गको मिश्रण हुँदैन । ठीक त्यसैगरी गणितमा पनि शून्यको प्रयोग केही होइन भन्ने अर्थमा प्रयोग हुन्छ जस्तै कुनै सङ्ख्यामा शून्य जोड्दा वा शून्य घटाउँदा केही फरक पर्दैन, उदाहरणको लागि ८+०=८ र ८-०=८ हुन्छ । तर कुनै सङ्ख्यालाई शून्यले गुणना गर्दा यसले असर देखाउँछ, जस्तै ३×०=३ हुँदैन ३×०=० हुन्छ, किनभने २×३=६ यसको मतलब ३+३=६ हो, त्यसैले ३×०=०+०+०=० हुन्छ । त्यसकारण गणितका सङ्ख्याहरूको गुणन भन्नु नै जोडको सजिलो र छोटो रूप हो ।

शून्यको प्रयोग छैन भन्ने अर्थमा यसरी पनि प्रयोग गरिन्छ जस्तै : ७०५ मा दशौं स्थानमा केही छैन त्यसैले शून्यको प्रयोग गरिएको छ । यदि शून्यको प्रयोग नगर्ने हो भने ७०५ र ७५ मा फरक देखाउन सकिँदैन ।

कुनै सङ्ख्यालाई शून्यले भाग गर्दा गणितमा समस्या नै हुन जान्छ, जस्तै : $\frac{१२}{३}=४, \frac{१५}{५}=३$ तर $\frac{७}{०}=?$ । साबधानी नअपनाउने हो भने गणितमा १ = २ पनि देखाउन सकिन्छ ।

$a.a - a.a = a^2-a^2$

अथवा $a(a-a) = (a-a)(a+a)$ ($a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ प्रयोग गर्दा)

दुबैतर्फ a-a ले भाग गर्दा

$a = a+a$

अथवा a = २a

अथवा १ = २

वास्तवमा १ = २ हुँदैन तर यहाँ भयो । वास्तवमा माथिको उदाहरण गणितीय हिसाबले ठीक छ तर परिणाम भने गल्ती किनभने a-a=0 ले दुबैतिर भाग गरिएको छ जुन चाहिँ ठिक होइन । भारतीय हिन्दु गणितज्ञ भास्करले १२

औं शताब्दीमा $\frac{२}{०}=\infty$ अथवा कुनै सङ्ख्यालाई शून्यले भाग गर्दा अनन्त (Infinity) हुन्छ भनि लेखेका थिए, जुन आजसम्म पनि प्रयोग गरिएको छ । यसलाई यसरी भन्न सकिन्छ, गणितमा भाग भन्नु नै घटाउको सजिलो र छोटो रूप हो, जस्तैः $\frac{२४}{४}=६$, यहाँ २४ बाट ६ पटक ४ घटाउन सकिन्छ, यसैगरी $\frac{७}{०}$ मा ७ बाट कतिपटक शून्य घटाउन सकिन्छ ? यसको उत्तर त्यति सजिलो छैन तर ७ बाट ० अनन्त (Infinity) पटक घटाउन सकिन्छ त्यसकारण $\frac{७}{०}=\infty$ लेख्ने गरिन्छ । यसलाई अर्को तरिकाले पनि देखाउन सकिन्छ, जस्तै गणितमा हर (Denominator) जति सानो हुँदै जान्छ, त्यसको मान बढ्दै जान्छ । उदाहरणको लागि, $\frac{१}{१०}=०.१$, $\frac{१}{५}=०.२$, $\frac{१}{१}=१$, $\frac{१}{०.५}=२$, $\frac{१}{०.१}=१०$, $\frac{१}{०.०१}=१००$, $\frac{१}{०.०००१}=१००००$, ... $\frac{१}{०}=\infty$ यहाँ $\frac{१}{१०}<\frac{१}{५}<\frac{१}{१}<\frac{१}{०.५}<\frac{१}{०.१}<\frac{१}{०.०१}<\frac{१}{०.००१}<\frac{१}{०.०००१}<......<\frac{१}{०}=\infty$

माथिको उदाहरणबाट के भन्न सकिन्छ भने ० ले १ लाई भाग गर्दा धेरै ठूलो सङ्ख्यामा आउँछ जसलाई हामी अनन्त भन्दछौं, अनन्त कुनै सङ्ख्या होइन यो त एउटा सङ्केत (symbol) मात्र हो । माथिको उदाहरणलाई रेखाचित्रबाट पनि देखाउन सकिन्छ, जस्तै

रेखाचित्रबाट के थाहा पाउन सकिन्छ भने जति जति X को मान सानो हुँदै जान्छ Y को मान बढ्दै जान्छ र जब X को मान करिब करिब शून्यको नजिकमा हुन्छ Y को मान एक्कासी धेरै ठूलो हुन्छ अर्थात् करिब करिब अनन्त हुन्छ ।

गणितमा शून्य घनात्मक सङ्ख्या हो वा ऋणात्मक सङ्ख्या हो वा दुबै होइन भन्ने पनि समस्या आउने गर्दछ । सङ्ख्याहरूको गणनासँगै घनात्मक सङ्ख्याहरूको उत्पत्ति भएको मानिन्छ, जस्तै ५ वटा मानिस, ४ वटा गाई, यहाँ ५ र ४ दुबै घनात्मक सङ्ख्याहरू हुन्, तर प्राचीन समयमा कसैलाई भेंडाहरू कति छन् भन्यो भन् -७ उत्तर दिँदैनथे, किनभने यसको प्रयोग नै थिएन तर समय बित्दै जाँदा ऋणात्मक सङ्ख्याहरूको आवश्यकता देखियो फलस्वरूप ऋणात्मक सङ्ख्याहरूको आविष्कार चिनियाहरूले गरे । यदि घनात्मक सङ्ख्यामा ऋणात्मक चिन्ह (Minus sign) प्रयोग गरेमा त्यो ऋणात्मक सङ्ख्या हुन्छ, जस्तै ४ घनात्मक सङ्ख्या हो भने -४ ऋणात्मक सङ्ख्या हो । त्यसैले शून्य घनात्मक र ऋणात्मक दुबै होइन किनभने ० र -० मा भिन्नता छैन । तर मनोवैज्ञानिक हिसाबले भन्ने हो भने शून्य ऋणात्मक सङ्ख्या हो किनभने शून्यको अवधारणाले छैन भन्ने बुझाउँछ, उदाहरणको लागि एउटा मान्छेको सम्पत्ति छैन, यसले नकरात्मक भाव दिइरहेको हुन्छ । तर घनात्मक नभएका सङ्ख्याहरू (Non-positive numbers) र ऋणात्मक नभएका सङ्ख्याहरू (Non-negative numbers) दुबैमा शून्य हुन्छ ।

अर्को समस्या गणितमा शून्य जोर (even) अथवा बिजोर (odd) सङ्ख्या हो भन्ने बारेमा । सबै जोर सङ्ख्याहरूलाई दुई बराबर भागमा बाँड्न सकिन्छ । जस्तै : १८ लाई ९ को दुई भागमा बाँड्न सकिन्छ त्यसैले १८ जोर सङ्ख्या हो तर ० लाई दुई बरार भागमा बाँड्न सकिँदैन, त्यसैले ० जोर सङ्ख्या होइन । अर्कोतर्फ सबै जोर सङ्ख्याहरू जोर हुन् तर शून्य जोर सङ्ख्या होइन । यसै गरी ...... -५, -३, -१, १, ३, ५, ... यी सबै बिजोर सङ्ख्याहरू हुन्, यहाँ शून्य नै छैन । त्यसकारण शून्य न त जोर सङ्ख्या नै हो न त बिजोर सङ्ख्या नै ।

अर्को समस्या शून्यको Additive inverse कति हुन्छ भन्ने हो । वास्तवमा शून्यको Additive inverse शून्य नै हो । जस्तै ६ र -४ को Additive inverse क्रमशः -६ र ४ हो ० को Additive inverse -० हुन्छ तर -० को कुनै अर्थ छैन ।

गणितमा शून्यको प्रयोग मुख्यतः दुईवटा भएको पाइन्छः (१) स्थान मान सङ्ख्या प्रणाली (place value number system) मा खाली ठाउँको लागि शून्यको प्रयोग गरिन्छ, जस्तै ८०५१ मा सयको स्थान खाली छ, त्यसैले शून्यको प्रयोग गरिएको छ । (२) शून्यको प्रयोग सङ्ख्याको लागि गरिन्छ अर्थात् शून्य आफैंमा एउटा गणितको सङ्ख्या हो, जस्तै : ०, तर शुरुमा शून्यलाई सङ्ख्याको रूपमा प्रयोग गरिएको थिएन ।

हिन्दु-अरेबिक सङ्ख्याहरूमा शून्यको गुण अन्य सङ्ख्याहरूभन्दा फरक प्रकारको हुन्छ । जस्तै :

(१) शून्य पूर्ण सङ्ख्या (integer) हो जुन चाहिँ १ र -१ को बीचमा पर्दछ ।

(२) ऋणात्मक सङ्ख्याहरू (Negative numbers) भन्दा पहिला र घनात्मक सङ्ख्याहरू (Positive numbers) भन्दा पछि शून्यको पत्ता लगाइएको हो ।

(३) गणितज्ञहरूले शून्यलाई सङ्ख्याको रूपमा स्वीकार गरेका छन् भने गणितसँग असम्बन्धित मानिसहरूले शून्यलाई अझै पनि सङ्ख्याको रूपमा स्वीकार गरेको पाइँदैन उनीहरूको तर्क छ शून्य सुन्तला भन्नुको कुनै अर्थ छैन ।

(४) शून्य जोर पनि होइन बिजोर सङ्ख्या पनि होइन ।

(५) शून्य घनात्मक पनि होइन ऋणात्मक सङ्ख्या पनि होइन ।

(६) शून्य संयुक्त सङ्ख्या (composite number) पनि होइन, अमाज्य (prime) सङ्ख्या पनि होइन ।

(७) $\frac{०}{०}$, $०^{०}$, $\frac{n}{०}$ हरू अपरिभाषित (undefined) अथवा अनिर्धारित (indeterminate) रूपहरू हुन् ।

(८) शून्यभन्दा अगाडि प्राकृतिक सङ्ख्याहरू (natural number) हुँदैनन् ।

(९) शून्यलाई प्राकृतिक सङ्ख्याको रूपमा लिन पनि सकिन्छ नलिन पनि सकिन्छ तर सामान्यतः शून्यलाई प्राकृतिक सङ्ख्या मानिँदैन ।

(१०) कुनै सङ्ख्यामा शून्य जोड्यो भने वा घटायो भने उही सङ्ख्या हुन्छ, त्यसैगरी कुनै सङ्ख्यालाई शून्यले गुणन गरियो भने शून्य हुन्छ । जस्तै

$$x + 0 = x,\ x - 0 = x,\ x \times 0 = 0$$

आधुनिक गणित शून्य बिना सोच्न पनि सकिँदैन किनभने शून्यको भूमिका धेरै महत्वपूर्ण छ । वास्तवमा शून्यले गणितमा केन्द्रीय भूमिका खेलेको हुन्छ । यदि शून्य नहुँदो हो त आधुनिक गणितको बारेमा कल्पना पनि गर्न सकिँदैन ।

जस्तै रोमन सङ्ख्याहरूको प्रयोग धेरै पहिला (हिन्दु–अरेबिक सङ्ख्याहरूभन्दा पनि पहिला) भएको थियो तर रोमनमा शून्यको प्रयोग नगरेकोले आधुनिक गणितमा रोमन सङ्ख्याहरूको प्रयोग धेरै कम मात्रामा पाइन्छ, तिनीहरूको प्रयोग बिना पनि आधुनिक गणित सम्भव छ । शून्य आफैँमा केही पनि होइन तर यसको सहायताले गणितमा महत्वपूर्ण भूमिका हुन्छ । जब १३ औं शताब्दीमा दशमलब प्रणालीमा शून्यको प्रयोग भएको थियो, यो चाहिँ सङ्ख्या प्रणालीको विकासमा महत्वपूर्ण उपलब्धी थियो, जसले गर्दा ठूला-ठूला सङ्ख्याहरूको गणना गर्न सजिलो भएको थियो । शून्यबिना वाणिज्य, अन्तरिक्ष सम्बन्धी, भौतिक विज्ञान, रासायनिक विज्ञान तथा उद्योगहरूको व्यवहार सिद्ध र विवरणात्मक अध्ययन सोच्न पनि सकिँदैन । वास्तवमा भन्ने हो भने शून्य बिना आधुनिक गणितमात्र होइन, आधुनिक संसारको पनि कल्पना गर्न सकिँदैन । त्यसकारण गणितज्ञहरूले शून्यको बारेमा गणितसँग असम्बन्धितहरूलाई पनि बुझाउन जरूरी छ ।

❖